

Дано:

$$V = \omega^3 \Gamma_4$$

$$S = \omega^{-4} \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}$$

$$\lambda = 500 \text{ нм}$$

$$h = 10 \text{ см}$$

Найти:

$$\varphi_+ = ?$$

$$\varphi_- = ?$$

$$S_+ = ?$$

$$S_- = ?$$

Решение:



Коэффициент прохождения решетки с водой:

$$\tau(x') = \frac{1}{2} \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi x'}{\Lambda}\right) \right)$$

Если на вход воды в решетку падает волна с амплитудой A_0 , то на выходе будет:

$$A(x') = \frac{A_0}{2} \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi x'}{\Lambda}\right) \right)$$

Найдем распределение амплитуды по углам дифракции:

$$A_\varphi = \frac{A_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tau(x') e^{-ikx' \sin \varphi} dx' = \frac{A_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi x'}{\Lambda}\right) \right) e^{-ikx' \sin \varphi} dx'$$

$$\cos\left(\frac{2\pi x'}{\Lambda}\right) = \frac{1}{2} \left(e^{i\frac{2\pi x'}{\Lambda}} + e^{-i\frac{2\pi x'}{\Lambda}} \right)$$

$$A_\varphi = \frac{A_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ikx' \sin \varphi} dx' + \frac{A_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\left(\frac{2\pi}{\Lambda} - k \sin \varphi\right)x'} dx' + \frac{A_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\left(\frac{2\pi}{\Lambda} + k \sin \varphi\right)x'} dx'$$

$$\Rightarrow A_\varphi = B \delta(k \sin \varphi) + \frac{B}{2} \delta\left(\frac{2\pi}{\Lambda} - k \sin \varphi\right) + \frac{B}{2} \delta\left(\frac{2\pi}{\Lambda} + k \sin \varphi\right)$$

$\Rightarrow$ Дифракционная картина состоит из 3-х линий:

При угле $\varphi_0 = 0$, φ_+ и φ_- опред. из условий

$$\frac{2\pi}{\Lambda} - k \sin \varphi_+ = 0 \quad \text{и} \quad \frac{2\pi}{\Lambda} + k \sin \varphi_- = 0$$

$$\text{учитывая, что } k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\Lambda \sin \varphi_+ = \lambda \quad \text{и} \quad \Lambda \sin \varphi_- = -\lambda$$

$$\Rightarrow \varphi_+ = \arcsin\left(\frac{\lambda}{\Lambda}\right); \quad \varphi_- = \arcsin\left(-\frac{\lambda}{\Lambda}\right)$$

$$\Lambda = \frac{V}{\nu} = 10^{-5} \text{ м}$$

$$\frac{\lambda}{\Lambda} = \frac{500 \cdot 10^{-9}}{10^{-5}} = 0.05$$

$\arcsin \varphi \approx \varphi$ при малых углах

$$\Rightarrow \varphi_+ \approx 2.86^\circ, \quad \varphi_- \approx -2.86^\circ$$

$$S_+ = S_- = \frac{1}{2} I = 5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}$$

$$\text{Ответ: } \varphi_0 = 0, \quad \varphi_+ = 2.86^\circ, \quad S_+ = 5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}, \quad \varphi_- = -2.86^\circ, \quad S_- = 5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}$$